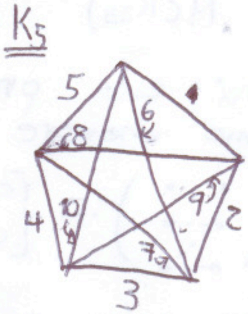
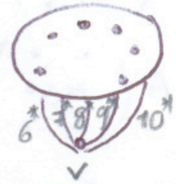
(2) a) $M(K_5)^*$ no es grafico

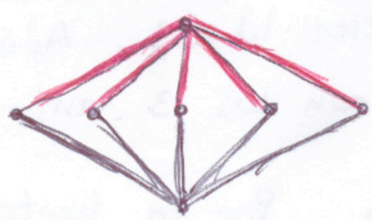


note que cualesquiera 4 aristas entre $\{1,2,3,4,5\}$ son independientes y cualesquiera 4 de $\{6,7,8,9,10\}$ tambien lo son. Entonces $\{a^*, 6^*, 7^*, 8^*, 9^*, 10^*\}$ y $\{1^*, 2^*, 3^*, 4^*, 5^*, b^*\}$ son independientes en $M(K_5)^*$ $(1 \le a \le 5,\ 6 \le b \le 10)$.

Si $M(K_5)^*$ fuera grafico este tendria 7 vertices (arboles de 6 elementos), ahora $1^*, 2^*, 3^*, 4^*, 5^*$ conectan seis vertices y al adjuntarles b^* $(6 \le b \le 10)$ tienen que conectar todos los 7 vertices. Por lo tanto el vertice v que habra quedado sobrando es extremo de b^* $(6 \le b \le 10)$ (ver dibujo).



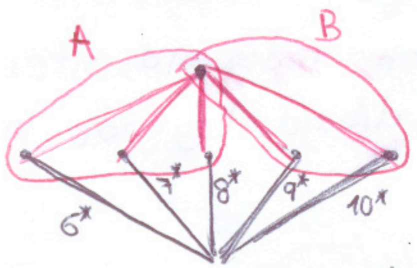
haciendo el mismo razonamiento con $6^*, 7^*, 8^*, 9^*, 10^*$ llegamos a que el unico grafo posible para $M(K_5)^*$ seria



donde las aristas de arriba (rojas) serian $1^*, 2^*, 3^*, 4^*, 5^*$ y las de abajo (negras) serian $6^*, 7^*, 8^*, 9^*, 10^*$

Ademas note que $\left.\underbrace{\begin{matrix} 9,10,3,4 \\ 6,7,8,4 \end{matrix}}_{\text{arboles en } K_5}\right\} \Rightarrow \left\{\underbrace{\begin{matrix} 6^*,7^*,8^*,1,2,5 \\ 9^*,10^*,1,2,5 \end{matrix}}_{\text{independientes en } M(K_5)^*}\right.$ $(*)$

pero si llamamos $A \equiv \{$aristas de arriba con vertices en comun con $6^*, 7^*, 8^*\}$



$B \equiv \{$aristas de arriba con vertices en comun con $9^* 10^*\}$

$1^*, 2^*, 5^* \in A \cup B \Rightarrow$ deben haber dos que pertenescan a A o á B, sup. $1^*, 2^* \in A$

$\Rightarrow 6^*, 7^*, 8^*, 1^*, 2^*$ no serian independientes lo cual contradice $(*)$. $\therefore M(K_5)^*$ no es grafico

2-) b-) $M(K_{33})^*$ no es grafico

para este problema introducire una notacion que es como chevere (si $M(K_{33})^*$ fuera grafico)

 $:= \begin{cases} \text{conjunto de las aristas del dual correspondientes} \\ \text{a las aristas punteadas} \end{cases}$

(*) $\begin{cases} \text{con esta natacion, un conjunto de aristas en el dual} \\ \text{son independientes sii es posible construir un arbol en } K_{33} \\ \text{sin utilizar las aristas punteadas correspondientes.} \end{cases}$

entonces  y  son independientes en $M(K_{33})^*$

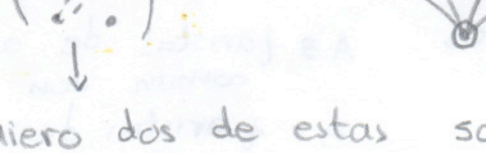
note que K_{33} tiene 9 aristas y arboles de 5 eltos, Por lo cual $M(K_{33})^*$ deberia tener bases de 4 eltos y por tal motivo 5 vertices. Ahora consideremos la siguiente notacion:

A  $:= \{ a \in M(K_{33})^* \,/$  $\cup\, a$ es independiente en $M(K_{33})^* \}$

$\Rightarrow$ A  =  y A  = 

ahora si $M(K_{33})^*$ fuera grafico.

 serian 3 aristas independientes que conectarian 4 vertices (queda un vertice libre). Ademas cualquier arista de  junto con las 3 anteriores formarian un conj. independiente. Por lo tanto todas estas ultimas cuatro deben conectar con el vertice que quedo libre.



vertice libre.

cualesquiero dos de estas son independientes en el dual, por eso las dibujo llegando a vertices distitos haciendo el mismo analisis para () llegamos a que todas las aristas de () pegan en un mismo vertice.

ademas () y () tienen dos aristas en comun, Por lo tanto el vertice que quedo libre en ambos casos debe ser el mismo. Entonces resultaria algo como:

y entonces habrian dos eltos de $M(K_{33})^*$ que no serian independientes, lo cual es una contradiccion. (es muy facil ver que cualesquiera dos eltos de $M(K_{33})^*$ son independientes utilizando (*))

$\therefore$ $M(K_{33})^*$ no es grafico.