3. *Pruebe que los subgrupos parabólicos de el sistema de Coxeer* $(S_n, \{s_1, ..., s_{n-1}\})$ *son subgrupos de Young del grupo simétrico* S_n*. En la otra dirección, pruebe que cada subgrupo de Young de* S_n *es un subgrupo parabólico para alguna escogencia de los generadores.*

   Sea $J = \{s_1, .., \hat{s_{i_1}}, ..., \hat{s_{i_k}}, ..., s_{n-1}\}$. Entonces $(S_n)_J$ es el subgrupo de Young asociado a la partición $A = \{1, ..., i_1 - 1\} \cup \{i_1\} \cup ... \cup \{i_k + 1, ..., n\}$. Sea $D_j = \{s_{i_{j-1}+1}, ..., s_{i_j - 1}\}$, entonces ya que para $k \neq j$, cada elemento de D_k conmuta con cada elemento de D_j, entonces cada elemento de $(S_n)_J$ puede escribirse de manera única cómo un elemento de S_A.

   Por otro lado, sea $A = \{j_1, ..., j_k\} \cup \{j_{k+1}, ..., j_s\} \cup ... \cup \{j_{l+1}, ..., j_n\}$ una partición de $[n]$. Entonces los elementos $\{(j_i, j_{i+1})\}$ forman un sistema de generadores de Coxeter, pues forman un camino que conecta todos los vertices del grafo completo K_n y entonces el ejercico (7) de la tarea 1 aplica. Claramente en este sistema de generadores el subgrupo de Young S_A corresponde al subgrupo parabólico $(S_n)_J$ con

   $$J = \{(j_1, j_2), ..., (j_{k-1}, j_k), (j_{k+1}, j_{k+2}), ..., (j_{s-1}, j_s), (j_{s+1}, j_{s+2}), ..., (j_{n-1}, j_n)\}.$$