2. Sea $J = \{s_1, \ldots, \widehat{s_k}, \cdots, s_{n-1}\}$. Veamos como son los elementos de W^J.

Hecho: Sea $w = i_1 i_2 \cdots i_k i_{k+1} \cdots i_n$. w esta en W^J si y solo si $\underbrace{\{i_1 < \cdots < i_k\}}_{(a)}$ e $\underbrace{\{i_{k+1} < \cdots i_n\}}_{(b)}$.

Prueba: Si $\{i_1 < \cdots < i_k\}$ y $\{ik+1 < \cdots i_n\}$ es claro que $ws > w$, pues s me va a cambiar de lugar dos elementos de (a) o dos de (b), en cualquiera de los dos casos, voy a cambiar el orden de dos i_j haciendo que uno mayor quede a la izquierda de uno menor, aumentando la longitud de w. Por lo tanto, $w \in W$.

Ahora, supongamos que w no satisface (a) (o (b)), podemos suponer que existen $i, i' \in \{i_1, \cdots, i_k\}$ tales que $i > i'$ y $w = i_1 \cdots i i_{m+1} \cdots i'$, y el resto de los i estan ordenados. Como $w \in W^J$ entonces para todo $j \in J$ $wj > w$, pero $ws_{m-1} < w$, lo cual es una contradiccion.

Ahora, por medio de esta descripcion podemos concluir que la proyección esta dada por: Sea $w = i_1 i_2 \cdots i_k i_{k+1} \cdots i_n$, entonces ordenamos de forma creciente el conjunto $\{i_1, i_2, \cdots, i_k\}$ y concatenamos obteniendo la palabra u. De la misma forma ordenamos el conjunto $\{i_{k+1}, \cdots, i_n\}$ concatenamos y obtenemos la palabra v. Ahora, haciendo $w^J = uv$ tenemos que efectivamente $w^J \in W^J$. Ahora, para obtener w apartir de w^J lo que tenemos que hacer es ir intercambiando de lugar las letras en u y en v, por medio de los elementos de J, notando que a medida que lo hacemos aumenta la longitud de w, por la forma en que estan ordenadas las letras en w^J, hasta obtener w. Es claro que para lelgar de w^J a w, solo requerimos de los elementos de J, con lo cual w^J es la proyección deseada.