10. *Diremos que* $w \in S_n$ *es de la forma 321 si existen* $1 \leq a < b < c \leq n$ *tales que* $w(a) > w(b) > w(c)$*. Probaremos que* w *es 321 sii existe alguna expresión reducida de* w *que contiene una subsecuencia* ***consecutiva*** *de la forma* $s_i s_{i+1} s_i$ *o* $s_{i+1} s_i s_{i+1}$ *(lo cual es equivalente al enunciado del problema.*

$\Rightarrow$ Sea w una permutación de la forma 321, entonces w se puede escribir de la forma $...c...b...a...$ donde $c > b > a$. Ademas podemos suponer que c es el primer número a la izquierda de b que es mayor que b, y que a es el primer número a la derecha de b que es menor que b. Sean i, j y k las posiciones de c, b y a respectivamente, entonces como al intercambiar c con cualquier numero que este entre c y b la palabra disminuye en longitud, entonces $l(ws_is_{i+1}...s_{j-2}) = l(......cb...a...) = l(w)-(j-i-1)$. Analogamente

$$\begin{aligned} l(......cba......) &= l(......cb...a... \circ s_{k-1}s_{k-2}...s_{j+1}) \\ &= l(......cb...a...) - (k-j-1) \\ &= l(w) - (j-i-1) - (k-j-1) \\ &= l(w) - (k-i-2) \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} ......cba...... &= ws_is_{i+1}...s_{j-2}s_{k-1}s_{k-2}...s_{j+1} \\ ......cba...... \circ s_js_{j-1}s_j &= ws_is_{i+1}...s_{j-2}s_{k-1}s_{k-2}...s_{j+1}s_js_{j-1}s_j \\ ......abc...... &= ws_is_{i+1}...s_{j-2}s_{k-1}s_{k-2}...s_{j+1}s_js_{j-1}s_j \\ l(......abc......) &= l(w) - (k-i-2) - 3 \end{aligned}$$

Ahora considere una expresión reducida E de ......*abc*....... entonces

$$E\,\underbrace{s_js_{j-1}s_j}\,s_{j+1}...s_{k-2}s_{k-1}s_{j-2}...s_{i+1}s_i$$

es una expresión reducidad de w, la cual posee una **subsecuencia consecutiva** de $s_js_{j-1}s_j$.
$\Leftarrow$ Supongamos que w posee una expresión reducida con una subsecuencia consecutiva $s_js_{j-1}s_j$

$$w = \underbrace{...}_{w_2}\,s_js_{j-1}s_j\,\underbrace{...}_{w_1}$$

si tomamos $a = w_1^{-1}(i-1), b = w_1^{-1}(i), c = w_1^{-1}(i+1)$ y teniendo en cuenta que al dibujar el wiring diagram los caminos de a, b y c se chocan solo una vez se obtiene el resultado.